

УДК: 677.057

DOI: [10.47813/2782-2818-2022-2-2-1-15](https://doi.org/10.47813/2782-2818-2022-2-2-1-15)

EDN: [AHEXYQ](https://www.edn.net/AHEXYQ)



## Параметры кривых контакта валков двухвалковых модулей

К.К. Тургунов, Н.У. Аннаев, К.Ю. Алибоев

*Ташкентский архитектурно строительный институт, Ташкент, Узбекистан*

**Аннотация.** В работе получены аналитические зависимости для расчета длины кривых контакта валков, протяженностей зон скольжения и прилипания и углов, определяющие положение точек разделения этих зон. Выявлено, что зоны скольжения асимптотически уменьшаются до нуля с увеличением угла наклона материала к линии центров. Установлено, что увеличение радиусов валков и проекции внешних сил на ось ординат и уменьшение проекции внешних сил на ось абсцисс приводит к увеличению зоны скольжения и уменьшению зоны прилипания.

**Ключевые слова:** двухвалковый модуль, зоны контакта валков, зоны скольжения, зона прилипания, ширина площадки контакта.

**Для цитирования:** Тургунов К.К., Аннаев Н.У. & Алибоев К.Ю. (2022). Параметры кривых контакта валков двухвалковых модулей. *Современные инновации, системы и технологии - Modern Innovations, Systems and Technologies*, 2(2), 0101–0115. <https://doi.org/10.47813/2782-2818-2022-2-2-1-15>.

## Parameters of roll contact curves of two-roll modules

K.K.Turgunov, N.U.Annaev, K.Yu.Aliboev

*Tashkent Institute of Architecture and Civil Engineering, Tashkent, Republic of Uzbekistan*

**Abstract.** Analytical dependencies were obtained to calculate the lengths of roll contact curves, the lengths of the slip and no-slip zones, and angles that determine the position of the separation points of these zones. It was revealed that the slip zones asymptotically decrease to zero with an increase in the angle of inclination of the material to the line of centers. It was determined that an increase in the radii of the rolls and the projection of external forces on the  $Oy$  axis, and a decrease in the projection of external forces on the  $Ox$  axis led to an increase in the slip zone and a decrease in the no-slip zone.

**Keywords:** two-roll module, roll contact zones, slip zone, no-slip zone, contact area width.

**For citation:** Turgunov K.K., Annaev N.U. & Aliboev K.Yu. (2022). Parameters of roll contact curves of two-roll modules. *Modern Innovations, Systems and Technologies*, 2(2), 0101–0115. <https://doi.org/10.47813/2782-2818-2022-2-2-1-15>.

## 1. Введение

Одним из наиболее экономичных и универсальных видов машин, используемых во многих отраслях промышленности при выполнении различных технологических процессов, являются валковые машины. Любой технологический процесс в валковых машинах осуществляется в их основном рабочем органе – в двухвалковом модуле, в результате контактного взаимодействия обрабатываемого материала с парами валков.

В связи с этим проблемы совершенствования существующих и разработки новых валковых машин и реализуемых в них технологических процессов тесно связаны с явлениями контактного взаимодействия обрабатываемого материала с парами валков.

В двухвалковых модулях контактные взаимодействия обрабатываемого материала с парами валков происходят по кривым контакта валков. Форма кривых контакта каждого валка двухвалкового модуля определяет зону контакта этого валка с обрабатываемым материалом.

В работах [1-4] разработаны различные модели формы кривых контакта валков.

В двухвалковых модулях технологических машин диаметры валков, линейное давление, скорость машины, твердость и толщина покрытия валков, толщина обрабатываемого материала и другие показатели сказываются, прежде всего, на ширине площадки контакта валков (длине кривых контакта валков) и удельном давлении, и уже через них на свойствах технологического процесса. Причем, удельное давление характеризуется величиной линейного давления, отнесенной к длине кривых контакта валка [5]. Поэтому в теории контактного взаимодействия в двухвалковых модулях особое значение имеет форма и длина контактной линии.

Известно достаточно много работ [5-8], посвященных экспериментальному изучению ширины зоны контакта валков, на основе которых получены экспериментальные и теоретико-экспериментальные эмпирические формулы ширины зоны контакта валков. Анализ литературы показал, что отсутствует теоретическая модель ширины зоны контакта валков.

На кривых контакта каждого валка двухвалкового модуля имеются в общем случае три разные по кинематике зоны – скольжения отставания, прилипания и

скольжения опережения. При этом зону прилипания от зон скольжения разделяют две точки. Величины протяженностей зон скольжения и прилипания, а также углов, определяющих положение точек разделения зоны прилипания от зон скольжения, имеют важные значения в решении задач контактного взаимодействия в двухвалковых модулях. Анализ показал, что определение этих величин осуществляется только экспериментальными методами.

Исходя из выше сказанного, в данной работе рассматривается задача определения длины кривых контакта валков, протяженностей зон скольжения и прилипания и углов, определяющих положение точек разделения этих зон.

## 2. Методы

Рассмотрим двухвалковый модуль, в котором валки расположены относительно вертикали с наклоном вправо на угол  $\beta$ , и имеют неравные радиусы ( $R_1 \neq R_2$ ), и эластичные покрытия из материалов с различными жесткостями толщиной ( $H_1 \neq H_2$ ) и коэффициентами трения ( $f_1 \neq f_2$ ). Обработываемый материал имеет равномерную толщину  $\delta_1$ , и подан к валкам с наклоном вниз под углом  $\gamma_1$  к оси  $Oy$  (к линии центров) (рис. 1)

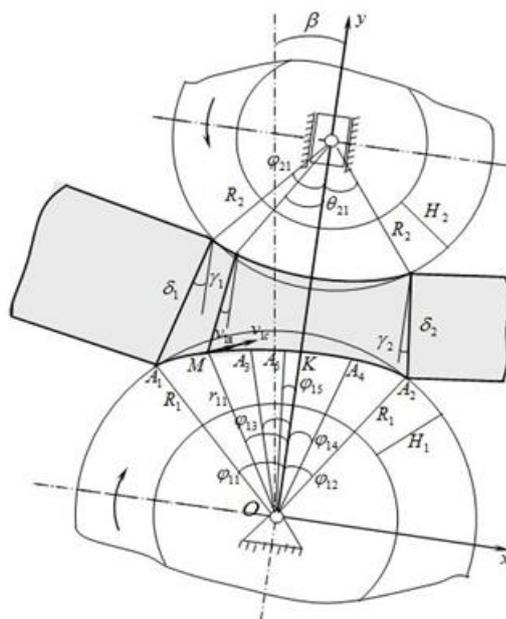


Рисунок 1. Схема взаимодействия в двухвалковом модуле.

Рассмотрим взаимодействие слоя материала с нижним валком. Кривая контакта нижнего ( $i = 1$ ) валка состоит из участков сжатия ( $j = 1$ ) и восстановления ( $j = 2$ ) (рис. 1). Точки участка сжатия нижнего валка определяются полярными координатами  $r_{11}$  и  $\theta_{11}$ , а точки участка восстановления –  $r_{12}$  и  $\theta_{12}$ .

Согласно [1] форма кривой контакта нижнего валка определяется системой уравнений:

$$\begin{cases} r_{11} = \frac{R_1}{1 + k_{11}\lambda_{11}} \left( 1 + k_{11}\lambda_{11} \frac{\cos(\varphi_{11} + \gamma_1)}{\cos(\theta_{11} + \gamma)} \right), & -(\varphi_{11} + \gamma_1) \leq \theta_{11} + \gamma \leq 0, \quad \gamma = \frac{\gamma_1\theta_{11}}{\varphi_{11}} \\ r_{12} = \frac{R_1}{1 + k_{12}\lambda_{12}} \left( 1 + k_{12}\lambda_{12} \frac{\cos(\varphi_{12} + \gamma_2)}{\cos(\theta_{12} + \gamma)} \right), & 0 \leq \theta_{12} + \gamma \leq \varphi_{12} + \gamma_2, \quad \gamma = \frac{\gamma_2\theta_{12}}{\varphi_{12}} \end{cases} \quad (1)$$

где  $k_{11} = \frac{n_{11}H_1 \sin(\varphi_{11} + \varphi_{21})}{m_1\delta_1 \sin(\varphi_{21} - \gamma_1)}$ ,  $k_{12} = \frac{n_{12}H_1 \sin(\varphi_{12} + \varphi_{22})}{m_2\delta_2 \sin(\varphi_{22} - \gamma_2)}$ ,  $\lambda_{11}, \lambda_{12}$  – соотношение скоростей относительных деформаций эластичного покрытия нижнего валка и обрабатываемого материала при сжатии и восстановлении, соответственно. Здесь  $n_{11}, n_{12}$  – коэффициенты упрочнения эластичного покрытия нижнего валка при сжатии и восстановлении, соответственно;  $m_1, m_2$  – коэффициенты упрочнения обрабатываемого материала при сжатии и восстановлении, соответственно.

Как следует из системы уравнений (1), форма кривой контакта валка, в первую очередь, зависит от контактных углов. Контактные углы находят по геометрическим условиям деформационного состояния в двухвалковом модуле и оцениваются условиями захвата [9].

Для рассматриваемого двухвалкового модуля контактные углы имеют вид [9-11].

а) когда оба валка приводные:

$$\begin{aligned} \varphi_{11} &= \frac{1}{R_1 + R_2} (R_2(v_{11} + v_{21}) + \delta_1\gamma_1), & \varphi_{21} &= \frac{1}{R_1 + R_2} (R_1(v_{11} + v_{21}) - \delta_1\gamma_1), \\ \varphi_{12} &= \frac{1}{R_1 + R_2} (R_2(v_{12} + v_{22}) + \delta_2\gamma_2), & \varphi_{22} &= \frac{1}{R_1 + R_2} (R_1(v_{12} + v_{22}) - \delta_2\gamma_2). \end{aligned} \quad (2)$$

б) когда один из валков (нижний) приводной:

$$\varphi_{11} = \frac{1}{R_1 + R_2} \left( R_2 \left( v_{11} - v_{\text{ш}} \frac{r_{\text{ш}}}{R_2} \right) + \delta_1\gamma_1 \right), \quad \varphi_{21} = \frac{1}{R_1 + R_2} \left( R_1 \left( v_{11} - v_{\text{ш}} \frac{r_{\text{ш}}}{R_2} \right) - \delta_1\gamma_1 \right),$$

$$\varphi_{12} = \frac{1}{R_1 + R_2} \left( R_2 \left( v_{12} - v_{ш} \frac{r_{ш}}{R_2} \right) + \delta_2 \gamma_1 \right), \quad \varphi_{22} = \frac{1}{R_1 + R_2} \left( R_1 \left( v_{12} - v_{ш} \frac{r_{ш}}{R_2} \right) - \delta_2 \gamma_1 \right). \quad (3)$$

Длину контактной линии нижнего валка на участке сжатия определяем по формуле

$$l_{11} = \int_{-(\theta_{11} + \gamma_1)}^0 \sqrt{r_{11}^2 + r_{11}'^2} d(\theta_{11} + \gamma). \quad (4)$$

Преобразуем формулу (4) с учетом выражения  $\frac{r_{11}'}{r_{11}} = \operatorname{tg} \psi_{11}$

$$l_{11} = \int_{-(\theta_{11} + \gamma_1)}^0 \frac{r_{11}'}{\sin \psi_{11}} d(\theta_{11} + \gamma). \quad (5)$$

В формуле (5) угол  $\psi_{11}$  определяет податливость покрытия нижнего валка и слоя материала. В зависимости от податливости контактирующих тел,  $\psi_{11}$  может быть изменена в пределах  $[0; \theta_{11} + \gamma_1]$ , то есть

$$0 \leq \psi_{11} \leq \theta_{11} + \gamma_1.$$

Для двух предельных положений угла  $\psi_{11}$  соответствует два предельных расположения контактной линии валка. Когда  $\psi_{11} = 0$ , тогда покрытие валка не деформируется (рис. 1). Поэтому контактная линия будет частью окружности с радиусами  $R_1$  и определяется уравнением  $r_{11} = R_1$ . Когда  $\psi_{11} = \theta_{11} + \gamma_1$ , тогда слой материала не деформируется (рис. 2). В этом случае контактная линия нижнего валка будет частью прямой, являющейся продолжением нижней поверхности слоя и определяется уравнением  $r_{11} = \frac{R_i \cos(\theta_{11} + \gamma_1)}{\cos(\theta_{11} + \gamma_1)}$ .

Считаем, что

$$\psi_{11} = c_{11}(\theta_{11} + \gamma), \quad (6)$$

где  $0 < m_{11} < 1$ .

Дифференцируя первое уравнение системы (1), имеем

$$r'_{11} = \frac{dr_{11}}{d(\theta_{11} + \gamma)} = \frac{k_{11}\lambda_{11}R_1}{1 + k_{11}\lambda_{11}} \cdot \frac{\cos(\varphi_{11} + \gamma_1)}{\cos \varphi(\theta_{11} + \gamma)} \operatorname{tg}(\theta_{11} + \gamma). \quad (7)$$

Из выражений (1) и (7) находим

$$\operatorname{tg} \psi_{11} = \frac{r'_{11}}{r_{11}} = \frac{k_{11}\lambda_{11} \cos(\varphi_{11} + \gamma_1)}{\cos(\theta_{11} + \gamma) + k_{11}\lambda_{11} \cos(\varphi_{11} + \gamma_1)} \operatorname{tg}(\theta_{11} + \gamma). \quad (8)$$

Из равенства (6) имеем, что  $\operatorname{tg} \psi_{11} \approx c_{11} \operatorname{tg}(\theta_{11} + \gamma)$ .

Тогда из равенства (4) находим

$$c_{11} = \frac{k_{11}\lambda_{11} \cos(\varphi_{11} + \gamma_1)}{\cos(\theta_{11} + \gamma) + k_{11}\lambda_{11} \cos(\varphi_{11} + \gamma_1)}. \quad (9)$$

По формулам (7) и (8), имеем

$$\frac{r'_{11}}{\sin \psi_{11}} = \frac{k_{11}\lambda_{11}R_1 \cos(\varphi_{11} + \gamma_1)}{(1 + k_{11}\lambda_{11}) \cos^2(\theta_{11} + \gamma)} \cdot \frac{\sin(\theta_{11} + \gamma)}{\sin(c_{11}(\theta_{11} + \gamma))}.$$

Отсюда, с учетом  $\sin m_{11}(\theta_{11} + \gamma_1) \approx m_{11} \sin(\theta_{11} + \gamma)$ , получаем

$$\frac{r'_{11}}{\sin \psi_{11}} = \frac{k_{11}\lambda_{11}R_1 \cos(\varphi_{11} + \gamma_1)}{c_{11}(1 + k_{11}\lambda_{11}) \cos^2(\theta_{11} + \gamma)}$$

или после подстановки  $c_{11}$  из равенства (9)

$$\frac{r'_{11}}{\sin \psi_{11}} = \frac{R_1}{1 + k_{11}\lambda_{11}} \left( k_{11}\lambda_{11} \cos(\varphi_{11} + \gamma_1) \frac{1}{\cos^2(\theta_{11} + \gamma)} + \frac{1}{\cos(\theta_{11} + \gamma)} \right). \quad (10)$$

После подстановки этого выражения в равенство (5) и интегрируя его, получим часть длины контактной линии нижнего валка, находящуюся на участке сжатия:

$$l_{11} = \frac{R_1}{1 + k_{11}\lambda_{11}} \left( k_{11}\lambda_{11} \sin(\varphi_{11} + \gamma_1) + \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1 + \sin(\varphi_{11} + \gamma_1)}{1 - \sin(\varphi_{11} + \gamma_1)} \right) \right).$$

Раскладываем логарифмическую функцию в ряд, и с учетом  $\sin(\varphi_{11} + \gamma_1) < 1$ , ограничиваемся ее первым двучленом.

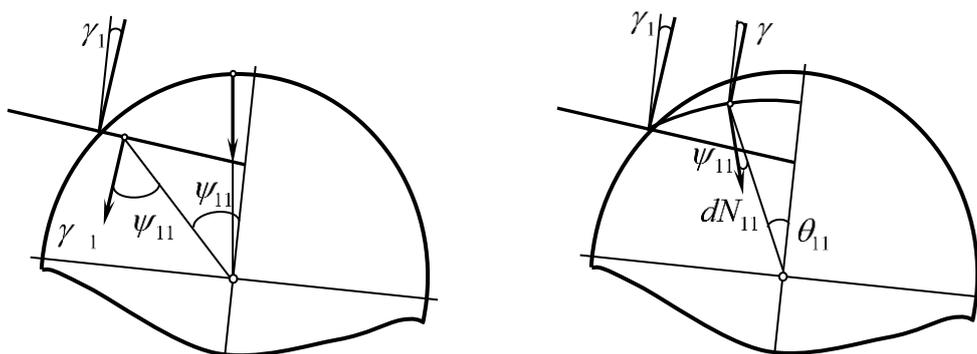


Рисунок 2. Схема расположения угла  $\psi_{11}$

Тогда имеем

$$l_{11} = \frac{R_1}{3(1+k_{11}\lambda_{11})} \sin(\varphi_{11} + \gamma_1)(3(1+k_{11}\lambda_{11}) + \sin^2(\varphi_{11} + \gamma_1)). \quad (11)$$

Аналогично, находим длину контактной линии нижнего вала, находящейся на участке восстановления:

$$l_{12} = \frac{R_1}{3(1+k_{12}\lambda_{12})} \sin(\varphi_{12} + \gamma_2)(3(1+k_{12}\lambda_{12}) + \sin^2(\varphi_{12} + \gamma_2)). \quad (12)$$

Таким образом, полная длина контактной линии нижнего вала будет

$$l_1 = \frac{R_1}{3(1+k_{11}\lambda_{11})} \sin(\varphi_{11} + \gamma_1)(3(1+k_{11}\lambda_{11}) + \sin^2(\varphi_{11} + \gamma_1)) + \frac{R_1}{3(1+k_{12}\lambda_{12})} \sin(\varphi_{12} + \gamma_2)(3(1+k_{12}\lambda_{12}) + \sin^2(\varphi_{12} + \gamma_2)). \quad (13)$$

Аналогично определяем длину контактной линии верхнего вала

$$l_2 = \frac{R_2}{3(1+k_{21}\lambda_{21})} \sin(\varphi_{21} - \gamma_1)(3(1+k_{21}\lambda_{21}) + \sin^2(\varphi_{21} - \gamma_1)) + \frac{R_1}{3(1+k_{22}\lambda_{22})} \sin(\varphi_{22} - \gamma_1)(3(1+k_{22}\lambda_{22}) + \sin^2(\varphi_{22} - \gamma_1)). \quad (14)$$

Пусть оба вала рассматриваемого двухвалкового модуля - приводные. Тогда в

кривой контакта нижнего валка имеются зоны скольжения отставания  $A_1A_3$ , прилипания  $A_3A_4$  и скольжения опережения  $A_4A_2$ . Зона прилипания состоит из двух участков, где участок  $A_3K$  находится на участке сжатия, а участок  $KA_4$  – восстановления (рис. 1).

Пусть точки  $M_1$  и  $M_2$  одновременно входят в контакт в начальной точке  $A_1$ , из которых  $M_1$  принадлежит покрытию нижнего валка, а  $M_2$  – обрабатываемому материалу. Входя в зону контакта валков, точка  $M_2$  начинает отставать от точки  $M_1$ , на угол отставания  $\eta_{11}(\theta_{11} + \gamma)$ .

В конце зоны отставания угол равняется  $\zeta_{11} = \eta_{11}(-(\varphi_{13} + \gamma_3))$ , где  $\varphi_{13}$  – угол, отделяющий зону скольжения отставания от зоны прилипания. Тогда точка  $M_2$  входит в зону прилипания с опозданием на угол  $\zeta_{11}$ , которое сохраняется до выхода из неё. Зона прилипания кончается в точке  $A_4(\varphi_{14} + \gamma_4)$ , где  $\varphi_{14}$  – угол, отделяющий зону прилипания от зоны скольжения опережения. Входя в зону скольжения опережения с отставанием  $\zeta_{11}$ , точка  $M_2$  начинает опережать точку  $M_1$  на угол опережения  $\eta_{12}(\theta_{12} + \gamma)$ . В конце зоны контакта нижнего валка, угол, определяющий расстояние между точками  $M_1$  и  $M_2$  на кривой контакта валка, равняется величине  $|\zeta_{12} - \zeta_{11}|$ , где  $\zeta_{12} = \zeta_{12}(\varphi_{12} + \gamma_2)$ .

Пусть абсолютные скорости точек  $M_1$  и  $M_2$ , соответственно,  $\vec{v}_{11b}$  и  $\vec{v}_{11o}$ .

Величину относительной скорости отставания обрабатываемого материала по поверхности контакта нижнего валка можно представить в виде [12]:

$$v_{отн} = \omega_1 \sqrt{r_{11}^2 + r_{11}'^2} - v_m \cos(\theta_{11} + \gamma - \psi_{11}). \quad (15)$$

Подставим в это равенство выражения  $r_{11}$ ,  $\psi_{11}$  и  $r_{11}'$  из уравнений (1), (6), (7) и после преобразований имеем

$$v_{1a\delta c} = \frac{\omega_1 R_1}{1 + k_{11} \lambda_{11}} \left( k_{11} \lambda_{11} \cos(\varphi_{11} + \gamma_1) \frac{1}{\cos^2(\theta_{11} + \gamma)} + \frac{1}{\cos(\theta_{11} + \gamma)} \right) - v_m \cos((1 - m_{11})(\theta_{11} + \gamma)).$$

Подставив в это равенство значение  $c_{11}$  из выражения (9) и введя допущения  $\cos((1-m_{11})(\theta_{11} + \gamma)) \approx 1 - \frac{(1-m_{11})^2(\theta_{11} + \gamma)^2}{2}$ , имеем

$$v_{1a\delta c} = \frac{R_1}{1+k_{11}\lambda_{11}} \left( k_{11}\lambda_{11} \cos(\varphi_{11} + \gamma) \frac{1}{\cos^2(\theta_{11} + \gamma)} + \frac{1}{\cos(\theta_{11} + \gamma)} \right) - v_m \left( 1 - \frac{(\theta_{11} + \gamma)^2}{2a_{11}^2(a_{11}^2 - (\theta_{11} + \gamma)^2)} \right), \quad (16)$$

где  $a_{11}^2 = 1 + k_{11}\lambda_{11} \cos(\varphi_{11} + \gamma)$ .

Относительное смещение точки слоя материала по поверхности контакта зоны скольжения отставания может быть определено по формуле [12]:

$$S_{\text{отс}} = \int_{-(\varphi_{11} + \gamma_1)}^{-(\varphi_{13} + \gamma)} \frac{v_{11}}{\omega_1} d(\theta_{11} + \gamma).$$

Подставив в выражение  $v_{a\delta c}$  из уравнения (16), интегрируем при  $v_m = \text{const}$ , и после подстановки пределов получим выражение, определяющее величину отставания

$$S_{\text{отс}} = \left( \frac{R_1(1+k_{11}\lambda_{11} \cos(\varphi_{11} + \gamma_1))}{1+k_{11}\lambda_{11}} - \frac{v_m}{\omega_1} \right) \left( \frac{\varphi_{11} + \gamma_1}{\varphi_{11}} \right) (\varphi_{11} - \varphi_{13}). \quad (17)$$

С другой стороны, из рис.1 следует, что

$$S_{\text{отс}} = \left| \int_{-(\varphi_{13} + \gamma_3)}^{-(\varphi_{13} + \gamma_3) + \zeta_{11}} \sqrt{r_{11}^2 + r_{11}'^2} d\theta_{11} \right| = \frac{R_1(1+k_{11}\lambda_{11} \cos(\varphi_{11} + \gamma_1))}{1+k_{11}\lambda_{11}} \zeta_{11}. \quad (18)$$

Сравнивая два выражения для  $S_{\text{отс}}$ , определяем угол отставания в нижнем валке, имеем

$$\zeta_{11} = \left( 1 - \frac{v_m(1+k_{11}\lambda_{11})}{\omega_1 R_1(1+k_{11}\lambda_{11} \cos(\varphi_{11} + \gamma_1))} \right) (\varphi_{11} - \varphi_{13}). \quad (19)$$

Величину отставания и угол опережения в нижнем валке определяем аналогично. Они имеет вид

$$S_{\text{лон}} = \left( \frac{R_2(1+k_{12}\lambda_{12}\cos(\varphi_{12}+\gamma_2))}{1+k_{12}\lambda_{12}} - \frac{v_m}{\omega_1} \right) \left( \frac{\varphi_{12}+\gamma_2}{\varphi_{12}} \right) (\varphi_{12}-\varphi_{14}), \quad (20)$$

$$\zeta_{12} = \left( 1 - \frac{v_m(1+k_{12}\lambda_{12})}{\omega_1 R_1(1+k_{12}\lambda_{12}\cos(\varphi_{12}+\gamma_2))} \right) (\varphi_{12}-\varphi_{14}). \quad (21)$$

Таким образом, в конце зоны отставания точки слоя материала отстоят от точки нижнего покрытия валка на угол  $\zeta_{11}$ , определяемый по формуле (19), и входят в зону прилипания с опозданием на угол  $\zeta_{11}$ , который сохраняется до выхода из неё. В зоне опережения эта точка, опережая точку нижнего покрытия валка, выходит из зоны контакта валка, и расстояние между точками, соответствующими точкам слоя материала и покрытия нижнего валка, будет равно величине  $|\zeta_{12}-\zeta_{11}|$ , где угол  $\zeta_{12}$ , определяется по формуле (21).

Значения углов  $\varphi_{13}$  и  $\varphi_{14}$  зависят от расположения нейтральной точки, где касательная напряжения равняется нулю.

Известно [7], что касательные напряжения для нижнего валка рассматриваемого двухвалкового модуля определяются уравнениями:

$$t_{11} = B_{11} \left( 1 - \frac{\cos(\varphi_{11}+\gamma_1)}{\cos(\theta_{11}+\gamma)} \right)^{m_1^*} \cos \psi_{11} \operatorname{tg}(\theta_{11}+\gamma-\psi_{11}+\xi_1), \quad -(\varphi_{11}+\gamma_1) \leq \theta_{11}+\gamma \leq 0, \quad (22)$$

$$t_{12} = B_{12} \left( 1 - \frac{\cos(\varphi_{12}+\gamma_2)}{\cos(\theta_{12}+\gamma)} \right)^{m_2^*} \cos \psi_{12} \operatorname{tg}(\theta_{12}+\gamma-\psi_{12}+\xi_1), \quad 0 \leq \theta_{12}+\gamma \leq \varphi_{12}+\gamma_2, \quad (23)$$

где  $\xi_1 = \operatorname{arctg} \frac{F_1}{Q_1}$ ;  $F_1$  – проекции горизонтальной реакции и сила тяжести нижнего валка на ось  $Ox$ ,  $Q_1$  – проекции сила давления прижимного устройства и сила тяжести нижнего валка на ось  $Oy$ .

В приводном валке нейтральная точка находится на участке сжатия зоны прилипания [2].

Тогда из уравнения (22) находим

$$\varphi_{15} = \frac{(1 + k_{11}\lambda_{11} \cos(\varphi_{11} + \gamma_1)) F_1}{\varphi_{11} + \gamma_1} \frac{F_1}{Q_1}. \quad (24)$$

Углы  $\varphi_{13}$  и  $\varphi_{14}$  могут быть приняты как  $\varphi_{13} = \frac{\varphi_{11} + \varphi_{15}}{2}$ ,  $\varphi_{14} = \frac{\varphi_{12} + \varphi_{15}}{2}$  [2],

с учетом их, выражения (17), (18), (20) и (21), примут вид

$$S_{\text{лотс}} = \left( \frac{R_1(1 + k_{11}\lambda_{11} \cos(\varphi_{11} + \gamma_1))}{1 + k_{11}\lambda_{11}} - \frac{v_m}{\omega_1} \right) \left( \frac{\varphi_{11} + \gamma_1}{\varphi_{11}} \right) \frac{(\varphi_{11} - \varphi_{15})}{2}, \quad (25)$$

$$S_{\text{лон}} = \left( \frac{R_2(1 + k_{12}\lambda_{12} \cos(\varphi_{12} + \gamma_2))}{1 + k_{12}\lambda_{12}} - \frac{v_m}{\omega_1} \right) \left( \frac{\varphi_{12} + \gamma_2}{\varphi_{12}} \right) \frac{(\varphi_{12} - \varphi_{15})}{2}, \quad (26)$$

$$\zeta_{11} = \left( 1 - \frac{v_m(1 + k_{11}\lambda_{11})}{\omega_1 R_1(1 + k_{11}\lambda_{11} \cos(\varphi_{11} + \gamma_1))} \right) \frac{(\varphi_{11} - \varphi_{15})}{2}, \quad (27)$$

$$\zeta_{21} = \left( 1 - \frac{v_m(1 + k_{12}\lambda_{12})}{\omega_1 R_1(1 + k_{12}\lambda_{12} \cos(\varphi_{12} + \gamma_2))} \right) \frac{(\varphi_{12} - \varphi_{15})}{2}. \quad (28)$$

Согласно рис. 1, протяженность зоны прилипания определяется формулой

$$l_{\text{лп}} = l_1 - (S_{\text{лотс}} + S_{\text{лон}}), \quad (29)$$

здесь величины  $l_1$ ,  $S_{\text{лотс}}$ ,  $S_{\text{лон}}$  определяются по формулам (11), (25) и (26).

Аналогично формулам (25) - (28) определяем величины и углы отставания и опережения в верхнем валке

$$S_{2\text{отс}} = \left( \frac{R_2(1 + k_{21}\lambda_{21} \cos(\varphi_{21} - \gamma_1))}{1 + k_{21}\lambda_{21}} - \frac{v_m}{\omega_2} \right) \left( \frac{\varphi_{21} - \gamma_1}{\varphi_{21}} \right) \frac{(\varphi_{21} - \varphi_{25})}{2}, \quad (30)$$

$$S_{2\text{он}} = \left( \frac{R_2(1 + k_{22}\lambda_{22} \cos(\varphi_{22} - \gamma_2))}{1 + k_{22}\lambda_{22}} - \frac{v_m}{\omega_2} \right) \left( \frac{\varphi_{22} - \gamma_2}{\varphi_{22}} \right) \frac{(\varphi_{22} - \varphi_{25})}{2}, \quad (31)$$

$$l_{2\text{лп}} = l_2 - (S_{2\text{отс}} + S_{2\text{он}}), \quad (32)$$

$$\zeta_{21} = \left( 1 - \frac{v_m(1 + k_{21}\lambda_{21})}{\omega_2 R_2(1 + k_{21}\lambda_{21} \cos(\varphi_{21} - \gamma_2))} \right) \frac{(\varphi_{21} - \varphi_{25})}{2}, \quad (33)$$

$$\zeta_{22} = \left( 1 - \frac{v_m(1 + k_{22}\lambda_{22})}{\omega_2 R_2(1 + k_{22}\lambda_{22} \cos(\varphi_{22} - \gamma_2))} \right) \frac{(\varphi_{22} - \varphi_{25})}{2}, \quad (34)$$

где  $\varphi_{25} = \frac{(1 + k_{22}\lambda_{22} \cos(\varphi_{22} + \gamma_2)) F_2}{\varphi_{22}\gamma_2 Q_2}$ ,  $F_2$  – проекции горизонтальной реакции и силы тяжести верхнего вала на ось  $Ox$ ;  $Q_2$  – проекции силы давления прижимного устройства и силы тяжести верхнего вала на ось  $Oy$ .

### 3. Результаты

Получены аналитические зависимости для расчета длины кривых контакта валков, протяженностей зон скольжения и прилипания и углов, определяющих положение точек разделения этих зон.

Выявлено, что в конце зоны отставания точки слоя материала отстоят от точек нижнего покрытия вала на угол  $\zeta_{11}$ , определяемый по формуле (19), и входят в зону прилипания с опозданием на угол  $\zeta_{11}$ , который сохраняется до выхода из неё. В зоне опережения эта точка, опережая точку нижнего покрытия вала, выходит из зоны контакта вала, и расстояние между точками, соответствующими точкам слоя материала и покрытия нижнего вала, будет определяться величиной  $|\zeta_{12} - \zeta_{11}|$ , где угол  $\zeta_{12}$ , определяется по формуле (21).

### 4. Выводы

Анализ расчетов протяженностей зон скольжения  $S_{отс}$ ,  $S_{оп}$  и  $l_{пп}$  по формулам (25), (26) и (29) показал:

- зоны скольжения асимптотически уменьшаются до нуля с увеличением угла наклона материала к линии центров;
- увеличение радиусов валков и проекции внешних сил на ось  $Oy$  приводит к увеличению зоны скольжения и уменьшению зоны прилипания;
- уменьшение проекции внешних сил на ось  $Ox$  приводит к увеличению зоны скольжения и уменьшению зоны прилипания.

### Список литературы

- [1] Хуррамов, Ш.Р. Аналитическое описание формы кривых контакта валков в двухвалковом модуле // *Известия высших учебных заведений, Технология текстильной промышленности* – 2021. – №4 (394). – С. 153-158.
- [2] Khurramov, Sh.R., Abdukarimov, A., Khalturayev, F.S., Kurbanova, F.Z. Moduling of firection forces in an asymmetric two-roll module. *IOP Conf. Series: Materials Seince and Engineering*. 916 (2020) 012051 doi:10.1088/1557-899X/916/1/012051.
- [3] Khurramov, Sh.R., Abdukarimov, A., Khalturayev, F.S., Kurbanova, F.Z. Modeling of friction stress in twin roll modules // *Journal of Physics: Conference Series*. 1789(2021)012008 doi:10.1088/1742-6596/1789/1/012008.
- [4] Khurramov, Sh.R., Bahadirov, G.A. To the solution problems of contact interaction in a two-roll module // *Journal of Physics: Conference Series*. 1889(2021)042029 doi:10.1088/1742-6596/1889/1/ 042029
- [5] Новиков, Н.Е. *Прессование бумажного полотна*. М.: Лесная промышленность, 1972.– 242 с.
- [6] Лихтцер, Е.И. Исследование процесса отжима для установок непрерывной обработки прямого белья: *Дис. ...канд. техн. наук.* – М.: Акад. ком. хоз., 1970. – 170 с.
- [7] Khurramov, Sh. R., Khalturaev, F.S., Buriev, E.S. Residual moisture concent in semi-finished leather under roller pressing // *AIP Conference Proceedings*. 2402 (2021) 030038 <https://doi.org/10.1063/5.0071265>.
- [8] Kurbanova, F., Turgunov, K., Abdukhalikova, D. Influence of the parameters of the contact area // *AIP Conference Proceedings* 2402 (2021) 030041 <https://doi.org/10.1063/5.0074272> .
- [9] Хуррамов, Ш.Р., Халтураев, Ф.С., Курбанова, Ф.З. Теоретический анализ условий захвата в асимметричном двухвалковом модуле // *Известия высших учебных заведений, Технология текстильной промышленности* – Иванова, 2021. – 4 (394). – С. 159-163.
- [10] Максименко, О.П., Никулин, А.А., Романюк, Р.Я. Теоретический анализ захватывающей способности валков в установившемся режиме прокатки // *Известия вузов. Черная металлургия*. – М., 2008.– №10, 32-34.
- [11] Tolcha, M. A., Altenbach, H. Numerical Modeling Rolling Contact Problem and Elasticity Deformation of Rolling Die under Hot Milling // *Metals (MDPI)*, 2019, 9,226; doi: 10.3390/met9020226
- [12] Крючков, В.Я. Исследование процесса отжима текстильных материалов

валковыми машинами. Дис... канд. техн. наук.– Ленинград: ЛИТЛП, 1970. – 166 с.

### References

- [1] Xurramov, Sh.R. Analiticheskoye opisaniye formy krivyx kontakta valkov v dvuxvalkovom module // *Izvestiya vysshix uchebnykh zavedeniy, Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti* – Ivanova, 2021. – 4 (394). – 153-158.
- [2] Khurramov, Sh.R., Abdukarimov, A., Khalturayev, F.S., Kurbanova, F.Z. Moduling of frection forces in an asymmetric two-roll module // *IOP Conf. Series: Materials Seince and Engineering*. 916 (2020) 012051 doi:10.1088/1557-899X/916/1/012051.
- [3] Khurramov, Sh.R., Abdukarimov, A., Khalturayev, F.S., Kurbanova, F.Z. Modeling of friction stress in twin roll modules // *Journal of Physics: Conference Series*.1789 (2021) 012008 doi:10.1088/1742-6596/1789/1/012008.
- [4] Khurramov, Sh.R., Bahadirov, G.A. To the solution problems of contact interaction in a two-roll module // *Journal of Physics: Conference Series*. 1889 (2021) 042029 doi:10.1088/1742-6596/1889/1/ 042029
- [5] Novikov, N.E. Pressovaniye bumajnogo polotna. M.: Lesnaya promyshlennost', 1972.
- [6] Lixtser, Ye.I. Issledovaniye protsessa otjima dlya ustanovok nepreryvnoy obrabotki pryamogo bel'ya: Dis. ...kand. texn. nauk. – M.: Akad. kom. hoz., 1970.
- [7] Khurramov, Sh. R., Khalturaev, F.S., Buriev, E.S. Residual moisture concent in semi-finished leather under roller pressing // *AIP Conference Proceedings* 2402 (2021) 030038 <https://doi.org/10.1063/5.0071265>.
- [8] Kurbanova, F., Turgunov, K., Abdukhalikova, D. Influence of the parameters of the contact area // *AIP Conference Proceedings* 2402 (2021) 030041 <https://doi.org/10.1063/5.0074272> .
- [9] Xurramov, Sh.R., Xalturayev, F.S., Kurbanova, F.Z. Teoreticheskiy analiz usloviy zahvata v asimmetrichnom dvuxvalkovom module // *Izvestiya vysshix uchebnykh zavedeniy, Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti* – Ivanova, 2021. – 4 (394). – 159-163.
- [10] Maksimenko, O.P., Nikulin, A.A., Romanyuk, R.Ya. Teoreticheskiy analiz zahvatyvayuyshchey sposobnosti valkov v ustanovivshemsya rejime prokatki // *Izvestiya vuzov. Chernaya metallurgiya*. – M., 2008.– 10 - 32-34.
- [11] Tolcha, M. A., Altenbach, H. Numerical Modeling Rolling Contact Problem and Elasticity Deformation of Rolling Die under Hot Milling // *Metals (MDPI)*, 2019 – 9 - 226; doi: 10.3390/met9020226, [www.mdpi.com/journal/metals](http://www.mdpi.com/journal/metals)
- [12] Kryuchkov, V.Ya. Issledovaniye protsessa otjima tekstil'nykh materialov valkovymi

mashinami. Dis... kand. texn. nauk.– Leningrad: LITLP, 1970.

### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

**Тургунов Комил Курбаналиевич**,  
ст.преп., Ташкентский архитектурно  
строительный институт, Ташкент,  
Республика Узбекистан  
e-mail: komilturgunov@mail.ru

**Turgunov Komil Kurbanalievich**, Senior  
Lecturer, Tashkent Institute of Architecture  
and Civil Engineering, Tashkent, Republic  
of Uzbekistan  
e-mail: komilturgunov@mail.ru

**Аннаев Нуриддин Узокович**,  
ст.преп., Ташкентский архитектурно  
строительный институт, Ташкент,  
Республика Узбекистан  
e-mail: nuriddin.annayev.91@mail.ru

**Annaev Nuriddin Uzoqovich**, Senior  
Lecturer, Tashkent Institute of Architecture  
and Civil Engineering, Tashkent, Republic  
of Uzbekistan  
e-mail: nuriddin.annayev.91@mail.ru

**Алибоев Кахрамон Юсупович**, ст.преп.,  
Ташкентский архитектурно  
строительный институт, Ташкент,  
Республика Узбекистан  
e-mail: qaxramon.aliboyev@mail.ru

**Aliboev Kakhramon Yusupovich**, Senior  
Lecturer, Tashkent Institute of Architecture  
and Civil Engineering, Tashkent, Republic  
of Uzbekistan  
e-mail: qaxramon.aliboyev@mail.ru

*Статья поступила в редакцию 15.04.2022; одобрена после рецензирования 22.04.2022;  
принята к публикации 25.04.2022.*

*The article was submitted 15.04.2022; approved after reviewing 22.04.2022;  
accepted for publication 25.04.2022.*